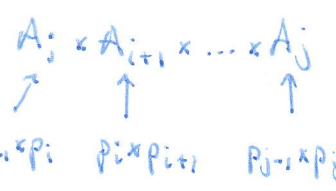


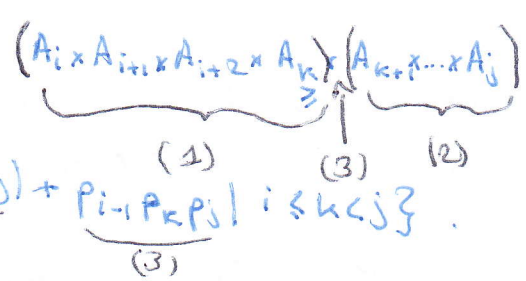
Soit  $m(i, j)$  le nombre minimal de multiplications scalaires nécessaires pour calculer



$$m(i, i) = 0$$

$$m(i, i+1) = P_{i-1} \times P_i \times P_{i+1}$$

$$m(i, j) = \min_{i \leq k < j} \{ \underbrace{m(i, k)}_{(2)} + \underbrace{m(k+1, j)}_{(2)} + \underbrace{P_{i-1} \times P_k \times P_j}_{(3)} \}$$



Soit  $P(n)$  le nombre de parenthésage de  $A_1, A_2, \dots, A_n$ .

$$P(1) = 1 \quad P(3) = 2 \quad P(5) = 14$$

$$P(2) = 1 \quad P(4) = 5 \quad P(6) = 42$$

$$P(n) = \sum_{k=1}^{n-1} P(k)P(n-k)$$

Soit 5 matrices

- $A_1: 10 \times 15^{P_1}$
- $A_2: 15 \times 8^{P_2}$
- $A_3: 8 \times 2^{P_3}$
- $A_4: 2 \times 5^{P_4}$
- $A_5: 5 \times 10^{P_5}$

		1	2	3	4	5	
	1	0	1200	540	660	360	TARGET
	2		0	240	390	640	
	3			0	80	260	
	4				0	100	
	5					0	
1	2	3	4	5			

$$m(1, 2) = 15 \times 10 \times 8 = 1200$$

$$m(2, 3) = 15 \times 8 \times 2 = 240$$

$$m(3, 4) = 8 \times 2 \times 5 = 80$$

$$m(4, 5) = 2 \times 5 \times 10 = 100$$

$$m(1, 3) = A_1(A_2A_3) \quad k=1 \quad 0 + 240 + 10 \times 15 \times 8 = 840$$

$$(A_1A_2)A_3 \quad k=2 \quad 1200 + 0 + 10 \times 8 \times 2 = 1200$$

$$m(2, 4) = A_2(A_3A_4) \quad k=2 \quad 0 + 80 + 15 \times 8 \times 5 = 390$$

$$(A_2A_3)A_4 \quad k=3 \quad 240 + 0 + 15 \times 2 \times 5 = 390$$

$$m(3, 5) = A_3(A_4A_5) \quad k=3 \quad 0 + 100 + 8 \times 2 \times 10 = 260$$

$$(A_3A_4)A_5 \quad k=4 \quad 80 + 0 + 8 \times 5 \times 10 = 260$$

$$m(1, 4) = A_1(A_2A_3A_4) \quad k=1 \quad 0 + 390 + 10 \times 15 \times 5 = 640$$

$$(A_1A_2)(A_3A_4) \quad k=2 \quad 1200 + 80 + 10 \times 8 \times 5 = 1280$$

$$(A_1A_2A_3)A_4 \quad k=3 \quad 540 + 0 + 10 \times 2 \times 5 = 640$$

$$m(2, 5) \mid k=2 \quad 0 + 260 + 15 \times 8 \times 10 > 640$$

$$k=3 \quad 240 + 100 + 15 \times 2 \times 10 = 640$$

$$k=4 \quad 390 + 0 + 15 \times 5 \times 10 > 640$$

$$m(1, 5) \mid k=1 \quad 0 + 640 + 10 \times 15 \times 10 = 1640$$

$$k=2 \quad 1200 + 260 + 10 \times 8 \times 10 = 1540$$

$$k=3 \quad 540 + 100 + 10 \times 2 \times 10 = 840$$

$$k=4 \quad 640 + 0 + 10 \times 5 \times 10 = 1140$$

Donc le parenthésage idéal est  $(A_1(A_2A_3))(A_4A_5)$

Propriété des problèmes où la programmation dynamique va marcher (avec ses petits pieds)  
 - le problème a une sous-structure optimale:  
 la solution optimale du problème est composée de sous-solution optimale pour des sous-pb

pb:  $A_1A_2A_3A_4A_5$  sous pb:  $A_1A_2A_3$   $A_4A_5$   
 sol op:  $(A_1(A_2A_3))(A_4A_5)$  sol opt  $(A_1(A_2A_3))(A_4A_5)$

On cherche dans tous les sous pb possible  $\rightarrow$  Justifie le cas

Notons  $m(n, k)$  le nombre de calories max qu'on peut mettre dans un sac qu'on peut mettre dans un sac de  $k$  kg en choisissant parmi les  $n$  premiers poissons.

$$\text{si } n > 0, k > 0 \quad m(n, k) = \begin{cases} \max [c_n + m(n-1, k-p_n), m(n-1, k)] & \text{si } p_n \leq k \\ m(n-1, k) & \text{si } p_n > k. \end{cases}$$

$p_1 = 2 \quad c_1 = 6$   
 $p_2 = 4 \quad c_2 = 10$   
 $p_3 = 6 \quad c_3 = 12$

$m$	0	2	4	6	8	10
0	0	0	0	0	0	0
1	0	6	6	6	6	6
2	0	6	10	16	16	16
3	0	6	10	16	18	22

← max poids

↙ Target

↑  
nb de poissons