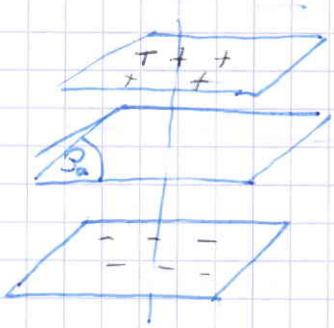
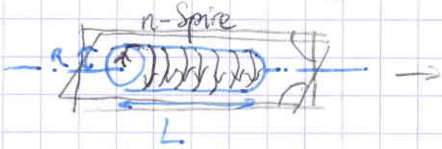
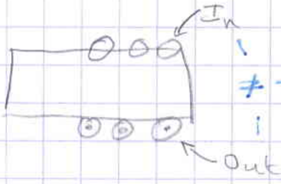
Règle de symétrie pour $\vec{B}$



- $\vec{B} \in$ Plan d'antisymétrie (déterminé par rapport au sens de I de part et d'autre du plan).
- $\vec{B} \perp$ au Plan de symétrie

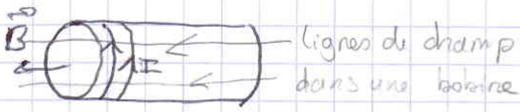
Exemple : Bobine ou Sigmoïd





$\neq \Rightarrow$ Plan antisymétrie. Pour avoir un plan de symétrie, il faut que ce soit uniquement entrant ou sortant.

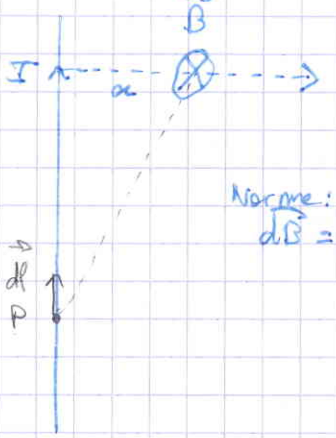
$\vec{B} \in \cap$ Plan antisym par M (ou $\exists$ une infinité de P antisym qui passent par M dont l'intersection donnent l'axe $\vec{O_3}$ $\Rightarrow \vec{B} \in (\vec{O_3})$)



Série 7 : Magnétostatique

Exercice n°1 1) Lignes de champ $\vec{B}$ créé par un courant I traversant un fil infini.

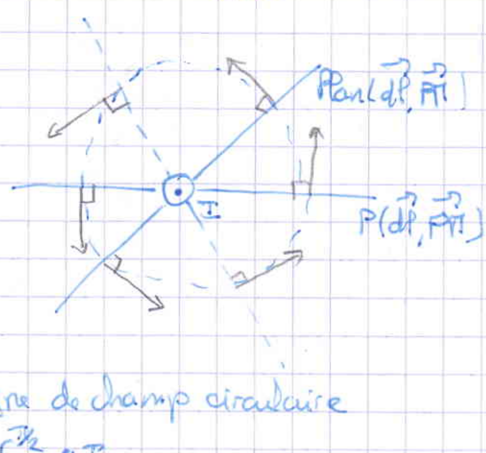
$OM = x$



$\vec{dB}(r) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \times \frac{\vec{dl} \wedge \vec{PM}}{(PM)^3}$

Norme : $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \cdot PM}{(PM)^3} \times \sin(\vec{dl}, \vec{PM})$

Vue de dessus.



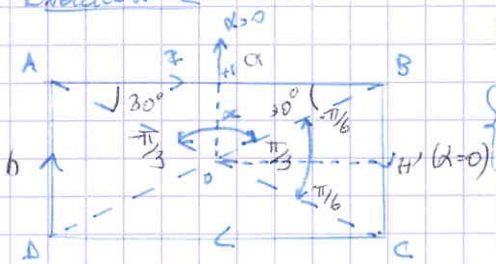
Ligne de champ circulaire

2) fil infini α varie entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow B(M) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} dB(M) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \cos(\alpha) d\alpha$

M est fixe donc x cst

$\Rightarrow B(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \left[\sin(\alpha)\right]_{-\pi/2}^{\pi/2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi x} \times 2 = \boxed{\frac{\mu_0 I}{2\pi x}}$

Exercice n° 2



Pour le fil AB

$\begin{cases} x = OH = \frac{b}{2} \\ -\pi/3 \leq \alpha \leq \pi/3 \end{cases}$

$B_{AB}(O) = \frac{\mu_0 I}{4\pi(\frac{b}{2})} \cdot \int_{-\pi/3}^{\pi/3} \cos(\alpha)\,d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi(\frac{b}{2})} \cdot 2 \times \sin(\pi/3)$

$B_{AB}(O) = \frac{2\mu_0 I}{4\pi b} \times \cancel{2} \times \frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}$

$\boxed{B_{AB}(0) = \frac{\sqrt{3}\mu_0 I}{2\pi b}}$

Relation entre a et b : $\tan(30°) = \frac{b}{a} \Rightarrow \tan(30°)\, a = b = \frac{\sqrt{3}}{3} a$.

$B_{ab}(0) = \frac{\mu_0 I}{2\pi \frac{\sqrt{3}}{3} a} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2} \frac{\mu_0 I}{\pi a}$

Par symetrie $B_{CD}(0) = B_{AB}(0) = \frac{3}{2} \frac{\mu_0 I}{\pi a}$.

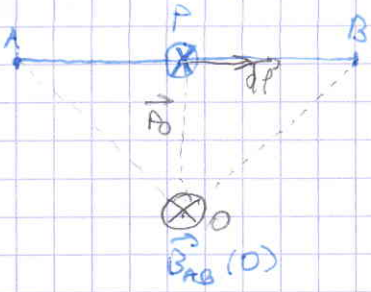
Pour le fil BC :

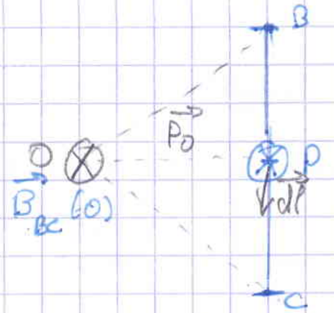
$\begin{cases} x = OH' = \frac{a}{2} \\ -\pi/6 \leq \alpha \leq \pi/6 \end{cases}$

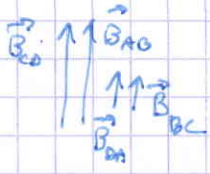
$B_{BC}(0) = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{a}{2}} \times 2 \times \overbrace{\sin(\pi/6)}^{=\frac{1}{2}} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} = B_{DA}(0)$ (Par symetrie).

$\vec{B}(0) = \vec{B}_{AB}(0) + \vec{B}_{BC}(0) + \vec{B}_{CD}(0) + \vec{B}_{DA}(0)$

Sens et direction







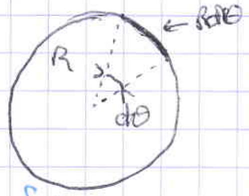
$B_{AB} = 3B_{BC}$

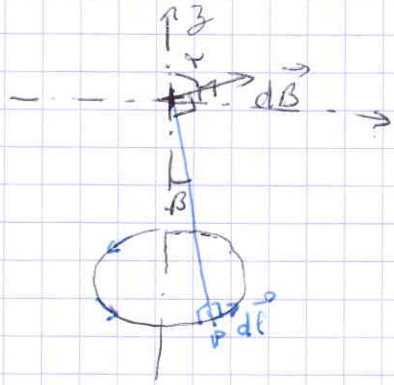
Les 4 vecteurs entrants, ils sont donc de même sens et de m̂ direction. (colinéaire et m̂ sens)

alors $B_{Total}(0) = 2B_{AB}(0) + 2B_{BC}(0) = 2 \times \frac{3}{2} \frac{\mu_0 I}{\pi a} + 2 \times \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$

$\boxed{B_{\text{spire rectang.}}(0) = \frac{4\mu_0 I}{\pi a} \text{ (Tesla)}}$

Exercice n°3 : 1) $\vec{dB}(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \times \frac{\vec{dl} \wedge \vec{PM}}{(PM)^3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \times \frac{\underbrace{dl}_{R d\theta}}{(PM)^2} \times \sin(\underbrace{\vec{dl}, \vec{PM}}_{\pi/2})$





$dB(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} R d\theta \times \frac{1}{(PM)^2}$; $dB_z = dB \cos(\alpha)$

$= dB \sin(\beta)$

$= dB \cdot \frac{R}{(PM)}$

$\vec{B} \begin{cases} 0 \\ 0 \\ B_z = \int dB_z \end{cases} \Rightarrow B = B_z = \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R^2 d\theta}{(PM)^3}$

$B = B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{R^2}{(PM)^3} \underbrace{\int d\theta}_{2\pi}$; $B(M) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}}$ (avec $PM = \sqrt{z^2+R^2}$ Pythagore OPM $(PM)^3 = (z^2+R^2)^{3/2}$)

2) $B_1(M) = \frac{\mu_0 I_1 R^2}{2((2R)^2+R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I_1 R^2}{2(5R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I_1 R^2}{2 \cdot 5^{3/2} \cdot R^3} = \frac{\mu_0 I_1}{2 \times 5\sqrt{5} R} = \frac{\mu_0 I_1}{10\sqrt{5} R}$

$B_2(M) = \frac{\mu_0 I_2}{10\sqrt{5} R}$

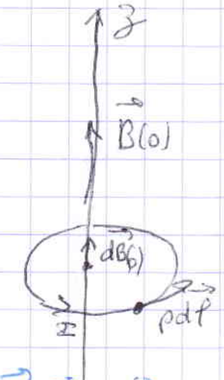
3) $\vec{B}_{tot}(M) = \vec{B_1}(M) + \vec{B_2}(M)$. $\vec{B_1} \perp \vec{B_2} \Rightarrow \underset{(norme)}{B_{tot}} = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = 2 B_1^2 = \sqrt{2} B_1$

$= \sqrt{2} \frac{\mu_0 I_1}{10\sqrt{5} R}$

Exercice n°4 :

$\vec{B}(O) =$

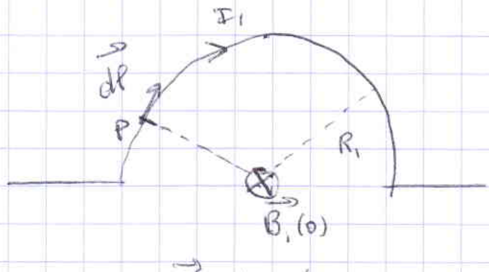
$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I \cdot R^2}{2(z^2+R^2)^{3/2}}$ au centre $z = 0 \Rightarrow \vec{B}(O) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(R^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 I R^2}{2R^3} = \frac{\mu_0 I}{2R}$



$(\vec{dl}, \vec{PO}, \vec{B(O)})$ trièdre direct

Pour une demi-sphère (par symetrie

$B(O)_{1/2\,sph} = \frac{1}{2} B_{sph}(O) = \frac{\mu_0 I}{4R}$

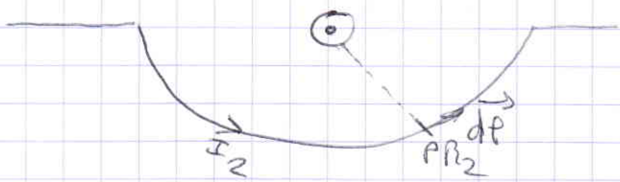


$\vec{B_1}$ entrant

$B_1(O) = \frac{\mu_0 I_1}{4R_1}$; $B_2(O) = \frac{\mu_0 I_2}{4R_2}$

2) $\vec{B}_{total}(O) = \vec{B_1}(O) + \vec{B_2}(O)$ or les 2 vecteurs sont colinéaires et de sens opposé

$\vec{B_2}$ sortant



$\Rightarrow \underset{(norme)}{B_{tot}} = |B_1(O) - B_2(O)|$

$B_{tot}(O) = \frac{\mu_0}{4} \cdot \left| \frac{I_1}{R_1} - \frac{I_2}{R_2} \right|$ si $I_1 = I_2 = I$

$\frac{1}{R_2} < \frac{1}{R_1} \Rightarrow B_{tot}(O) = \frac{\mu_0 I}{4} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$