R_2

$$\sum_{k=0}^{n} U_n = \sum_{k=0}^{n} \left(\frac{(-3)^k}{4} + \frac{15}{4} \right) = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{n} (-3)^k + \sum_{k=0}^{n} \frac{15}{4}$$

$$= \frac{15}{4} \frac{1-(-3)^{n+1}}{1-(-3)} + \frac{15}{4}(n+1) = \frac{1-(-3)^n}{16} + \frac{15}{4}(n+1)$$

Exercice n°3 $\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = 2U_n + 3 \end{cases}$

- Cherchons $l \in \mathbb{R}$ tq $l = 2l + 3$

Ainsi $l = -3$

- Considérons $(W_n) = (U_n + 3)$

CCL : $U_n = W_n - 3 = 2^{n+3} - 3$

$\begin{cases} V_0 = 1 \\ V_{n+2} = \frac{1}{2} V_n + \frac{1}{4} \end{cases}$

- Cherchons $l \in \mathbb{R}$ tq $l = \frac{1}{2} l + \frac{1}{4}$

$\Rightarrow \frac{1}{2} l = \frac{1}{4} \Rightarrow l = \frac{1}{2}$

=

Ainsi (W_n) géo de raison $\frac{1}{2}$

D'où $\forall n \in \mathbb{N}$ $W_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n W_0 = \frac{1}{2^n}\left(V_0 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2^{n+2}}$

CCL : $\forall n \in \mathbb{N}$, $V_n = W_n + \frac{1}{2} = \frac{1}{2^{n+2}} + \frac{1}{2}$

Exo 4 : C_n = nb de dizaines de milliers en $2010 + n$, $C_0 = 500$

1) $C_1 = C_0 - \frac{10}{100} C_0 + 20 = 0,9\, C_0 + 20 = 0,9 \times 500 + 20 = 470$

$C_2 = C_1 \times 0,9 + 20 = 0,9 \times 470 + 20 = 443$

2) $C_{n+1} = C_n - \frac{10}{100} C_n + 20 = 0,9\, C_n + 20$

$\Rightarrow (C_n)$ suite arithmético-géométrique

3) Cherchons $l \in \mathbb{R}$ tq on pose $l = 0,9l + 20$

Soit $(V_n) = (C_n - l) = (C_n - 200)$ $\quad l = 200$

On cherche V_{n+1} :

$V_{n+1} = C_{n+1} - 200 = 0,9C_n + 20 - 200 = 0,9C_n - 180 = 0,9(C_n - 200) = 0,9V_n$

(V_n) est une suite geometrique de raison 0,9.

Donc, $\forall n \in \mathbb{N}$

$V_n = (0,9)^n V_0 = (0,9)^n (C_0 - 200) = (0,9)^n \times 300$

Donc $\forall n \in \mathbb{N}$, $C_n = V_n + l = (0,9)^n \times 300 + 200$

4) $\lim_{n \to +\infty} 0,9^n = 0$ car $|0,9| < 1$

$\Rightarrow \lim_{n \to +\infty} C_n = 200$, Donc 200 000 clients.

Exercice n°5

1) $U_n = 100 + 10n$

2) $S_n = \frac{(n+1)(U_0 + U_n)}{2} = \frac{(n+1)(100 + 100 + 10n)}{2} = (n+1)(100 + 5n)$

3) $S_{19} = \frac{(18+1)(100+280)}{2} = 3610$ ₹

190 x 19 $= 3610$ ₹

4) $\begin{cases} C_{n+1} = 1,04 \times C_n + 200 \\ C_0 = 3000 \end{cases}$

① $l \in \mathbb{R}$ tq $l = 1,04l + 200$ Soit $(V_n) = (C_n + 5000)$

$l - 1,04l = 200$

$l(1 - 1,04) = 200$

$l(-0,04) = 200$

$l = -\frac{200}{0,04} = -5000$

Considerons $(V_n) = (C_n + 5000)$

$V_{n+1} = C_{n+1} + 5000$

$V_{n+1} = 1,04 \times C_n + 200 + 5000$

$V_{n+1} = 1,04\left(C_n + \frac{5200}{1,04}\right) =$

$V_{n+1} = 1,04\, V_n$

(V_n) geometrique de raison 1,04

Ainsi $\forall n \in \mathbb{N}$, $V_n = (1,04)^n V_0$

$= 1,04^n (C_0 + 5000) = 1,04^n \times 8000$

CCL : $\forall n \in \mathbb{N}$, $C_n = V_n - 5000$

$= 1,04^n \times 8000 - 5000$