	CONTRÔLE ECRIT N°1 Matière: **Signal I3** Remis par : **M. ZITOUNI**	**Année : 16/17** Mars 2017 **Temps :**

Documents non autorisés. Les exercices ne sont pas classés par ordre de difficulté croissante

Dans le cas où vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, signalez-la très lisiblement dans votre copie, corrigez-la et poursuivez l'épreuve en conséquence.

LES ELEVES DES GROUPES A&B DOIVENT TRAITER 3 EXERCICES SUR 4
LES ELEVES DU GROUPE C DOIVENT TRAITER LES 4 EXERCICES

EXERCICE 1

Soit le signal $s(t) = \frac{rect(t)}{[T]}$

1- Calculer et dessiner la dérivée de $s(t)$
2- On pose $x(t) = (s(t) * s(t))$. Calculer et dessiner $x'(t)$
3- Donner l'expression et le dessin de $x(t)$.
4- En déduire l'expression de $X(f)$.

EXERCICE 2

1- Quelle est la capacité mémoire nécessaire pour stocker une minute de signal téléphonique sachant que celui-ci est échantillonné à 8 kHz et que chaque échantillon peut codé sur une échelle de 256 valeurs possibles ?

2- Calculer la fréquence d'échantillonnage minimale (pensez au théorème de Shannon) pour échantillonner le signal $x(t) = sinc(\pi . f_o . t)$

EXERCICE 3

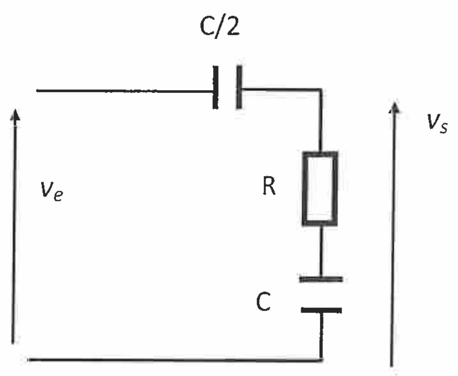
1- Calculer la transformée de Fourier du peigne de Dirac : $P_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$

2- Ecrire le signal $x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} B \frac{rect(t - nT)}{[\Delta]}$ avec ($T = 4 \cdot \Delta$) sous la forme d'un produit de convolution d'un signal rectangulaire et d'un peigne de Dirac à déterminer.

3- Calculer les coefficients Cn de la décomposition en série de Fourier complexe de $x_p(t)$

EXERCICE 3

Soit le circuit passif suivant :

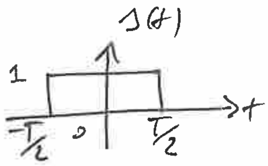


1) Calculer la fonction de transfert ***H(f) = V_s(f)/V_e (f)***
2) Calculer la réponse impulsionnelle du circuit *h(t)*
3) En déduire la réponse indicielle

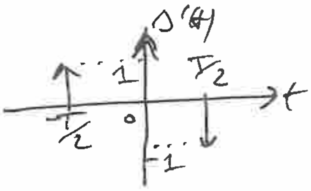
Contrôle écrit n° 1 corrigé

Exercice I

$$s(t) = \underset{[T]}{\mathrm{rect}(t)}$$



1°) $s'(t) = \delta(t + T/2) - \delta(t - T/2)$

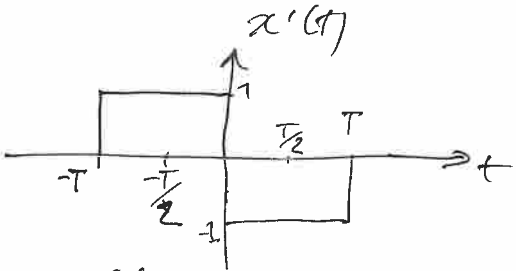


2°) $x(t) = s(t) * s(t)$

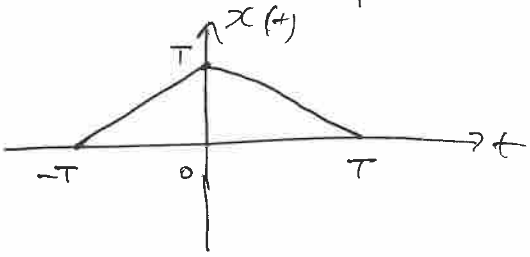
$$x'(t) = s'(t) * s(t)$$

$$x'(t) = \left(\delta(t + T/2) - \delta(t - T/2)\right) * \underset{[T]}{\mathrm{rect}(t)}$$

$$x'(t) = \underset{[T]}{\mathrm{rect}(t + T/2)} - \underset{[T]}{\mathrm{rect}(t - T/2)}$$



3°) $x(t) = \int_0^t x'(t)\,dt = T\,\underset{[2T]}{\mathrm{tri}(t)}$



4°) $X(f) = S(f) \cdot S(f) = \left(S(f)\right)^2$

$$= \left(T \,\mathrm{sinc}(\pi f T)\right)^2$$

$$X(f) = T^2 \,\mathrm{sinc}^2(\pi f T)$$

$$\mathrm{TF}\left(T \underset{[2T]}{\mathrm{tri}(t)}\right) = T^2 \,\mathrm{sinc}^2(\pi f T)$$

$$\mathrm{TF}\left(\underset{[2T]}{\mathrm{tri}(t)}\right) = T \cdot \mathrm{sinc}^2(\pi f T)$$

Exercice II

1°) - $F_e = 8$ kHz $\Longrightarrow$ 8000 échantillons / seconde

- 256 valeurs possibles pour un échantillon $\Longrightarrow$ chaque échantillon est codé sur 8 bits capacité mémoire pour stocker 1 minute de musique $= 60 \times 8000$

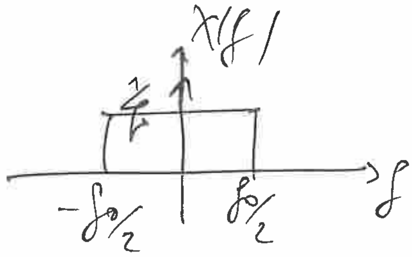
$= 480\,000$ octets.

$= 3\,840\,000$ bits

(2)

2) $x(t) = \mathrm{sinc}(\pi f_0 t)$

$$X(f) = \frac{1}{f_0}\,\underset{[f_0]}{\mathrm{rect}(f)}$$



donc $f_{max} = f_0/2$

Donc $fe_{min} = 2 f_{max} = f_0$.

EXERCICE III

1) $$P_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$

$$TF\left(P_T(t)\right) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right) = \frac{1}{T}\, P_{\frac{1}{T}}(f)$$

2) $$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} B\,\underset{[\Delta]}{\mathrm{rect}(t-nT)} = B.\,\underset{[\Delta]}{\mathrm{rect}(t)} * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)$$

3) $x_p(t)$ est périodique, il est donc décomposable en série de Fourier donc

$$x_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n\, e^{2\pi j n \frac{t}{T}}$$

donc $$X_p(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n\, \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$$ car $TF(1) = \delta(f)$ et $TF(1 * e^{2\pi j f_0 t}) = \delta(f - f_0)$

Par ailleurs on peut aussi calculer $X_p(f)$ en utilisant le résultat de la question 2

$$X_p(f) = TF\left(B.\,\underset{[\Delta]}{\mathrm{rect}(t)} * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t-nT)\right) = B\Delta\,\mathrm{sinc}(\pi f \Delta) \cdot \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$$

$$X_p(f) = \frac{B\Delta}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\pi \frac{n\Delta}{T}\right) \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$$

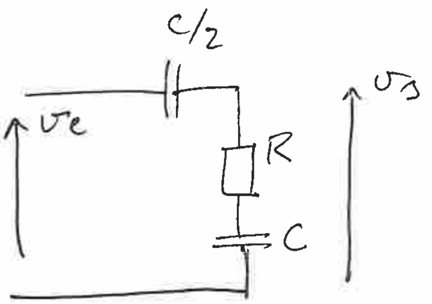
en identifiant les deux expressions on trouve

$$C_n = \frac{B\Delta}{T} \text{Sinc}\left(\pi \frac{n\Delta}{T}\right) \quad ; \quad T = 4\Delta$$

$$\boxed{C_n = \frac{B}{4} \text{Sinc}\left(\frac{\pi n}{4}\right)}$$

EXERCICE 4

Soit le circuit suivant :



1°/ fonction de transfert $H(f) = \frac{V_s(f)}{V_e(f)}$

$$H(f) = \frac{R + \frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{2}{jC\omega} + \frac{1}{jC\omega}} = \frac{R + \frac{1}{jC\omega}}{R + \frac{3}{jC\omega}} = \frac{R + \frac{3}{jC\omega}}{R + \frac{3}{jC\omega}} - \frac{\frac{2}{jC\omega}}{R + \frac{3}{jC\omega}}$$

$$H(f) = 1 - \frac{2}{jRC\omega + 3}$$

$$H(f) = 1 - \frac{2/3}{j\frac{RC}{3}\omega + 1} = 1 - \frac{\frac{2}{RC}}{j\omega + \frac{3}{RC}}$$

$$H(f) = 1 - \frac{\frac{2}{RC}}{2\pi j f + \frac{3}{RC}}$$

2°/ $h(t) = TF^{-1}\left(H(f)\right) = \delta(t) - TF^{-1}\left(\frac{\frac{2}{RC}}{2\pi j f + \frac{3}{RC}}\right)$

Or on sait que $TF\left(e^{-at}u(t)\right) = \int_0^{+\infty} e^{-at} \cdot e^{-2\pi j f t}\,dt = \frac{1}{a+2\pi j f}$

donc $h(t) = \delta(t) - \frac{2}{RC} e^{-\frac{3t}{RC}} u(t)$

3) <u>Réponse indicielle</u>

$u(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow s(t)$: réponse indicielle.

$$s(t) = u(t) * h(t)$$

$$s'(t) = u'(t) * h(t)$$
$$= \delta(t) * h(t)$$

$$s'(t) = h(t)$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{t} h(t)\,dt$$

$$s(t) = \int_{-\infty}^{t} \left(\delta(t) - \frac{2}{RC} e^{-\frac{3t}{RC}} u(t)\right) dt$$

$$s(t) = u(t) + \frac{2}{3} e^{-\frac{3t}{RC}} + cte$$

~~à t = 0, s(0) = 0 = 1~~

<u>à t = 0</u>

$s(0) = u(0) = u(0) + \frac{2}{3} + cte \Rightarrow cte = -\frac{2}{3}$

$$\boxed{s(t) = u(t) + \frac{2}{3}\left(e^{-\frac{3t}{RC}} - 1\right)}$$