

Problème n°1 : Réglage de correcteur selon la réponse harmonique.

On souhaite régler un procédé dont le tableau ci-dessous vous renseigne la réponse harmonique.

W(rd/s)	1	1.5	2	3	4	5	6	8	10	15	20
20log(Bo) Db	20	16.5	13.5	9.5	6.5	4	2	-2.5	-6	-14	-20
Arg(Bo)	-101°	-107°	-113°	-123°	-134°	-143°	-152°	-167°	-180°	-202°	-216°

Tracer cette réponse harmonique dans le plan de Black.
Estimer la marge de phase et la marge de gain du procédé initial.

On reboucle le système par retour unitaire. Estimer la réponse indicielle (échelon) par le passage boucle ouverte boucle fermée (Utilisation du plan de Black/Nichols et tableau du second ordre)

Réglages :

Correcteur proportionnel K

On souhaite assurer une marge de phase proche de -45° . On se fixe la pulsation $w = 4$ rd/s. Calculer la valeur du coefficient proportionnel K.

Tracer la boucle ouverte corrigée. En déduire par le passage boucle ouverte, boucle fermée l'allure de la réponse temporelle. En déduire le gain statique, le dépassement et le temps de réponse (utiliser le tableau du système du second ordre).

Correcteur proportionnel, intégral $C(p) = k + \frac{I}{p} = \frac{I}{p} (1 + \frac{K}{I} p)$

Le système est de nature intégral présence d'un terme $1/p$. Justifier la présence de ce terme par rapport au tableau de la réponse harmonique.

Exprimer le module et l'argument de ce correcteur.

Pour le réglage, on se fixe la pulsation de travail $w = 3$ rd/s et la marge de phase réglée à -52° .

En considérant l'équation de la phase : $-180^\circ = \varphi^H + \varphi^C + \Delta\varphi$ pour $w = 3$ rd/s

Calculer la phase que doit produire le correcteur. En déduire le rapport K/I .

Pour assurer la marge de phase, on considère l'équation : $|H|*|C|=1$ pour $w=3$ rd/s.

En déduire la valeur du coefficient I puis K connaissant le rapport K/I

Problème n°1

* Tracer de la réponse harmonique → voir feuille de Black/Nichols

* Plage de phase initiale: en $\omega = \sqrt{6.8} = 6,92 \text{ (rad/s)}$ on coupe l'axe

0 dB avec $\varphi^{LBO} \approx -160^\circ$ donc $|\Delta \varphi_i = -20^\circ|$

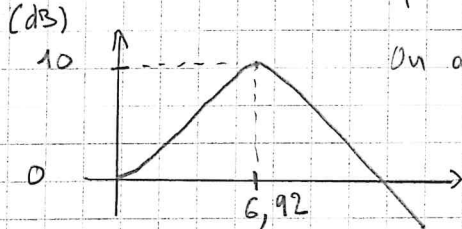
* Plage de gain initiale: en $\omega = 10 \text{ (rad/s)}$ $\varphi^{LBO} = -180^\circ$ et $20 \log |B_0| = -6 \text{ dB}$

donc $20 \log(\Delta G_i) = +6 \text{ dB}$ $\boxed{(\Delta G_i) = 10^{6/20} = 2}$

Estimation de la réponse indicielle (Résonance unitaire)

En $\omega = 0 \rightarrow$ on est tangent au lieu 0 dB (BF)

On prend les points d'intersection entre $B_0(j\omega)$ et les lieux de boucle fermée à module constant, on esquisse le lieu du module $|BF|$ avec l'abaque de Bode



On a un pic de résonance en $\omega = 7 \text{ (rad/s)}$;

↳ $\xi < 1$, on peut estimer la réponse temporelle avec le tableau du Second ordre

Plage de module:

$M \text{ (dB)} = 20 \log |BF|_{\omega_{rc}} - 20 \log |BF|_{\omega=0} = 10 \text{ (dB)}$

↳ Tableau du second ordre

$\eta = 10,5 \rightarrow \xi = 0,15$

$\rightarrow \omega_R / \omega_n = 0,98 \rightarrow \omega_n = 7 \text{ (rad/s)}$

↳ Dépassement $\rightarrow \delta(\%) = 62 \%$

↳ Temps de réponse à 5% $\rightarrow \omega_n T_R(5\%) = 20 \rightarrow T_R(5\%) = 2,83 \text{ s}$

Régime permanent: gain statique de la BF $\omega = 0 \rightarrow 0 \text{ (dB)}$ donc gain statique linéaire égal à 1

Contrôle I3 lors Asservissement

②

Correcteur proportionnel $C(p) = k$

Objectif régler une marge de phase $\Delta\varphi = -45^\circ$ en $\omega = 4 \text{ (rad/s)}$

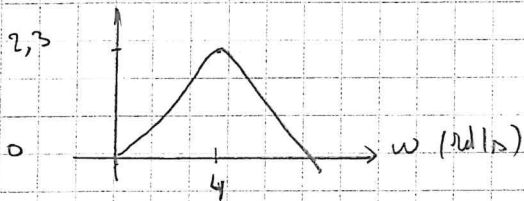
En $\omega = 4 \text{ (rad/s)}$ $20 \log |B| = 6,5 \text{ (dB)}$ $\varphi^{LBO} = -134^\circ$

On doit donc couper l'axe 0 dB $\Rightarrow 20 \log |k| = -6,5 \text{ dB}$

$$k = 10^{-6,5/20} = 0,473$$

Passage BOC \rightarrow BF

BOC \rightarrow bande ouverte corrigée (k)



$$\begin{cases} M \text{ (dB)} = 2,3 \text{ dB} \\ \omega_R = 4 \text{ rad/s} \end{cases} \rightarrow \left| \xi < 1 \right|$$

Estimation de la réponse indicielle (Tableau du Second ordre)

$M = 2,3 \text{ dB} \rightarrow$ Tableau $M = 2,7 \text{ dB}$

$$\xi = 0,4, \quad \Delta(\%) = 25\% \quad \frac{\omega_R}{\omega_n} = 0,82$$

$$\omega_n = \frac{4}{0,82} = 4,878 \text{ (rad/s)}$$

$$\omega_n T_R(5\%) = 7,7 \rightarrow T_R(5\%) \approx 1,6 \text{ (s)}$$

gain statique: En $\omega = 0 \Rightarrow$ on est sur le lien de 0 dB (BF) donc

gain linéaire égal à 1

Réglage PI

En ω proche de 0 on a $\varphi^{LBO} = -90^\circ \rightarrow$ Terme intégral $\left(\frac{1}{p}\right)$
gain élevé

Réglage: $\Delta\varphi = -52^\circ$ et $\omega = 3 \text{ (rad/s)}$

Equation de la phase: $-180^\circ = \varphi^{LBO} + \varphi^{Lcor} + \Delta\varphi$

$$= -123^\circ + \varphi^{Lcor} - 52^\circ \rightarrow \left| \varphi^{Lcor} = -5^\circ \right|$$

$$C(j\omega) = \frac{I}{j\omega} \left(1 + j \frac{k}{I} \omega \right)$$

$$\varphi^{Lcor} = -90^\circ + \text{tg}^{-1} \left(\frac{k}{I} \omega \right)$$

En $\omega = 3 \text{ (rad/s)}$ on doit assurer $\varphi^{Lcor} = -5^\circ$

$$\text{donc } \frac{k}{I} \cdot \omega = \frac{k}{I} \cdot 3 = \text{tg}(85^\circ) = 11,43$$

$$\left| \frac{k}{I} = 3,8 \right|$$

Equation du module

En $\omega = 3$ (rad/s) $|B_0| * |C_{02}| = 1$

$20 \log |B_0| = 9,5$ (dB)

$20 \log |C_{02}| = -9,5$ (dB) $\rightarrow |C_{02}| = 10^{-0,5/20} = 0,335$

$|C_{02}| = \frac{I}{\omega} \cdot [1 + (\frac{k}{I} \omega)^2]^{1/2}$

$|C_{02}| = 0,335 = \frac{I}{3} \cdot [1 + (13,43)^2]^{1/2}$

$I \approx \frac{1}{13,43} = \boxed{0,087}$

or $\frac{k}{I} = 3,8 \rightarrow \boxed{k = 0,332}$

Pour la réponse indicielle ; on aura :

Boucle fermée $\left\{ \begin{array}{l} \omega = 0 \rightarrow \text{Courbe corrigée tangente au } 0 \text{ dB (main décalée de } -90^\circ) \\ \omega = 3 \rightarrow \text{Courbe corrigée passage par le cercle de } 1,4 \text{ dB (on coupe l'axe } 0 \text{ dB avec une phase } \approx -130^\circ \text{ boucle ouverte)} \end{array} \right.$

↳ Plage de module

$M \approx 1,4$ dB $\omega_r = 3$ (rad/s)

Tableau de paramètres

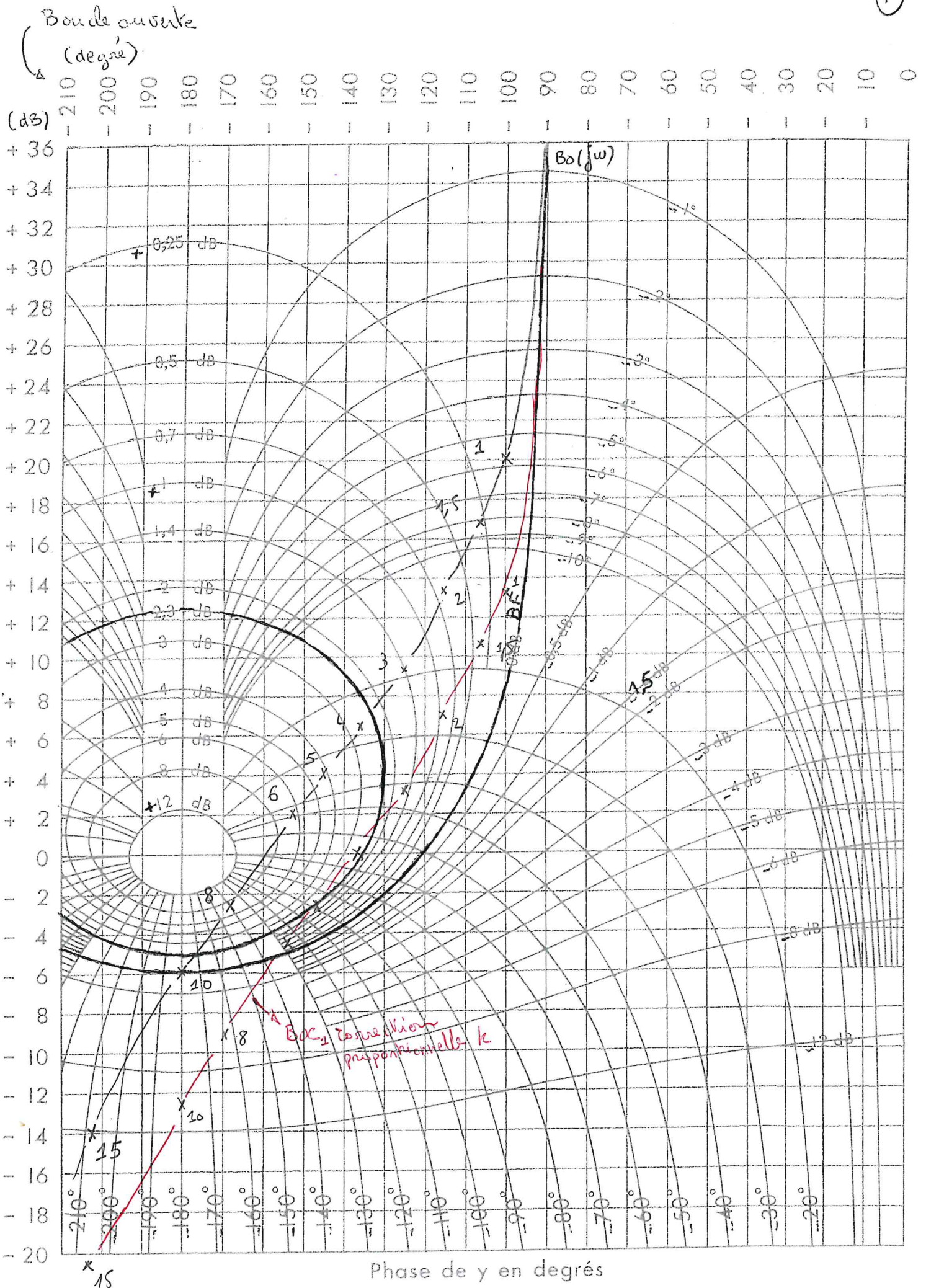
$M = 1,9$ (dB) $\left\{ \begin{array}{l} \xi \approx 0,45 \quad D\% \approx 21\% \quad \frac{\omega_R}{\omega_n} = 0,77 \\ \omega_n = 3,9 \text{ (rad/s)} \\ \omega_n Tr(5\%) = 5,4 \rightarrow Tr(5\%) = 1,385 \text{ (s)} \end{array} \right.$

gain pratique de la BF: En $\omega = 0 \rightarrow$ on a un gain unitaire

PLAN DE BLACK/NICHOLS

Sujet I₃ 2020

(4)



Réponse à un échelon unité

ζ	$t_m \omega_n$	$t_r \omega_n$ (5%)	$t_{pic} \omega_n$	$T_p \omega_n$	D%	$\frac{\omega_R}{\omega_n}$	$\frac{\omega_c}{\omega_n}$	$\frac{\omega_c}{\omega_R}$	M_{dB}	ζ
0,1	1,68	30	3,16	6,31	73	0,99	1,54	1,56	14	0,1
0,15	1,74	20	3,18	6,36	62	0,98	1,53	1,56	10,5	0,15
0,2	1,81	14	3,21	6,41	53	0,96	1,51	1,57	8,1	0,2
0,25	1,88	11	3,24	6,49	44	0,94	1,48	1,59	6,3	0,25
0,3	1,97	10,1	3,29	6,59	37	0,91	1,45	1,61	4,8	0,3
0,35	2,06	7,9	3,35	6,71	31	0,87	1,42	1,63	3,6	0,35
0,4	2,16	7,7	3,43	6,86	25	0,82	1,37	1,67	2,7	0,4
0,45	2,28	5,4	3,52	7,04	21	0,77	1,33	1,72	1,9	0,45
0,5	2,42	5,3	3,63	7,26	16	0,71	1,27	1,80	1,2	0,5
0,55	2,58	5,3	3,76	7,52	12,6	0,63	1,21	1,93	0,7	0,55
0,6	2,77	5,2	3,93	7,85	9,5	0,53	1,15	2,17	0,3	0,6
0,65	3,00	5,0	4,13	8,27	6,8	0,39	1,08	2,74	0,1	0,65
0,7	3,29	3	4,40	8,80	4,6	0,14	1,01	7,14	0	0,7
0,75	3,66	3,1	4,75	9,50	2,84	-	0,94	-	-	0,75
0,80	4,16	3,4	5,24	10,5	1,52	-	0,87	-	-	0,80
0,85	4,91	3,7	5,96	11,93	0,63	-	0,81	-	-	0,85
0,90	6,17	4	7,21	14,41	0,15	-	0,75	-	-	0,90
0,95	9,09	4,1	10,06	20,12	0,01	-	0,69	-	-	0,95